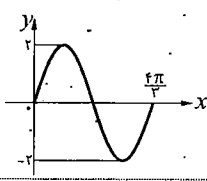
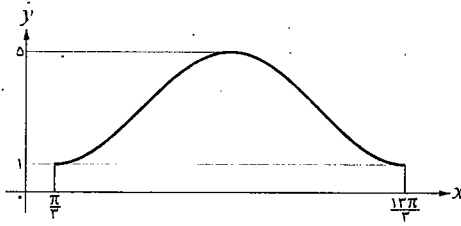


مدت امتحان : ۹۰ دقیقه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۱۰/۸	رشته : ریاضی فیزیک	سوالات دوس : حسابان ۲
سال دوازدهم		نام و نام خانوادگی :	
دبیرستان دکتر مسابی		نیم سال اول سال تحصیلی ۹۸ - ۱۳۹۷	

ردیف	سوالات	نمره
۱	اگر نقطه‌ی $A(2, -1)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ باشد، مختصات نقطه‌ی متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x - 1) + 3$ را بیابید.	۱
۲	اگر دامنه و برد تابع f به ترتیب بازه‌های $[1, 4]$ و $[2, 6]$ باشند، دامنه و برد تابع $y = 1 - 3f(\frac{1}{3}x + 1)$ را بیابید.	۱
۳	تابع f اکیداً صعودی یا دامنه‌ی تعریف \mathbb{R} است، مجموعه جواب نامعادله‌ی $f(x^2 + 3) \geq f(3x + 1)$ را بیابید.	۱
۴	مجموعه‌ی مقادیر a ، که تابع $f(x) = 2x^2 + ax$ در $(-\infty, 1]$ اکیداً یکنوا باشد را بیابید.	۱
۵	باقی مانده‌ی تقسیم $f(x) = x^5 + ax^2 + b$ بر $x^2 - x + 5$ برابر $2x + 5$ است. مقادیر a و b را بیابید.	۱
۶	اگر خارج قسمت تقسیم $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 1$ بر $x + 1$ را $Q(x)$ بنامیم، مقدار $Q(1)$ را بیابید.	۱
۷	عبارت $a^5 - b^5$ را تجزیه کنید.	۱
۸	دوره تناوب تابع $f(x) = \cot 2x - \tan 2x$ را بیابید.	۱
۹	شکل روبرو قسمتی از نمودار تابعی است که تبدیل یافته‌ی نمودار تابع $y = \sin x$ است. ضابطه‌ی آن را بیابید.	۱
		
۱۰	شکل روبرو قسمتی از نمودار تابعی است که تبدیل یافته‌ی نمودار تابع $y = \cos x$ است. ضابطه‌ی آن را بیابید.	۱
		
۱۱	معادلات زیر را حل کنید. پ) $\sin 3x = \sin 2x$ ب) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ الف) $\tan x + 1 = 0$	۳
۱۲	حاصل هر حد را بیابید. پ) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})$ ب) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x}{x^2 - 4}$ ت) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 + 2}}{x - 1}$ الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} ((2 + \frac{2}{x})^2 - \frac{x}{x+1})$	۴
۱۳	تابع $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - 4x + m}$ فقط یک مجانب قائم دارد. مقادیر m را بیابید.	۱
۱۴	اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^2 - ax}{x+2}) = 3$ باشد، مقدار a را بیابید.	۱
۱۵	همه‌ی مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x + x-1 }{2x - x+1 }$ را بیابید.	۱
۲۰	جمع نمرات	

سوال‌ات درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۱۰/۸	مدت امتحان : ۹۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :		سال دوازدهم	
نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷		دبیرستان دکتر مسابی	

ردیف	پاسخ سوالات	نمره
۱	$A(2, -1) \in y = f(x) \Rightarrow f(2) = -1$ $y = f(2x - 1) + 3 \Rightarrow f(2x - 1) = y - 3 \Rightarrow 2x - 1 = 2, y - 3 = -1 \Rightarrow A'(\frac{3}{2}, 2)$	۱
۲	$D_f = [1, 4] \Rightarrow 1 \leq \frac{1}{2}x + 1 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \frac{1}{2}x \leq 3 \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$ (دامنه) $R_f = [2, 6] \Rightarrow 2 \leq f \leq 6 \Rightarrow -18 \leq -2f \leq -6 \Rightarrow -17 \leq 1 - 2f \leq -5$ (بردار)	۲
۳	$f(3x + 1) \geq f(x^2 + 3)$ (تابع f اکیداً صعودی) $\Rightarrow 3x + 1 \geq x^2 + 3 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0$ $(x - 1)(x - 2) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$	۳
۴	$f(x) = 2x^2 + ax \Rightarrow$ رأس $x = -\frac{a}{4}$ $\text{رأس } x \notin (-\infty, 1) \Rightarrow -\frac{a}{4} \geq 1 \Rightarrow a \leq -4$	۴
۵	$x^5 + ax^2 + b = (x^2 - x)Q(x) + (2x + 5)$ $\begin{cases} x=0 : b=5 \\ x=1 : 1+a+b=7 \Rightarrow a=1 \end{cases}$	۵
۶	$f(x) = 2x^2 + 3x - 1 \xrightarrow{x=-1} r = f(-1) = 4$ $2x^2 + 3x - 1 = (x + 1)Q(x) + r \xrightarrow{x=1} 4 = 2Q(1) + 4 \Rightarrow Q(1) = 0$	۶
۷	$a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$	۷
۸	$f(x) = \cot 2x - \tan 2x = 2 \cot 4x \Rightarrow T = \frac{\pi}{4}$	۸
۹	$\max = 2, \min = -2 \Rightarrow f(x) = 2 \sin \alpha x$ $T = \frac{2\pi}{a} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = 2 \sin \frac{3x}{2}$	۹
۱۰	$\max = 5, \min = 1 \Rightarrow f(x) = -2 \cos \alpha x + 3$ $T = \frac{2\pi}{a} = \frac{12\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -2 \cos \frac{x}{3} + 3$ $x \rightarrow x - \frac{\pi}{3} \Rightarrow f(x) = -2 \cos \frac{1}{3}(x - \frac{\pi}{3}) + 3 \Rightarrow f(x) = -2 \cos(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{9}) + 3$	۱۰
۱۱	الف) $\tan x + 1 = 0 \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ ب) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x x (2 \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \cos x = 0, \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ پ) $\sin 3x = \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \\ 3x = 2k\pi + \pi - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi + \pi}{5} \end{cases}$	۱۱
۱۲	الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x}{x^2 - 4} = \frac{-4}{0} \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow -2^+ : \frac{-4}{0^-} = +\infty \\ x \rightarrow -2^- : \frac{-4}{0^+} = -\infty \end{cases}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\frac{1}{x} - \frac{\sqrt{x}}{x}) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\frac{1 - \sqrt{x}}{x}) = \frac{1}{0^+} = +\infty$ پ) $\lim_{x \rightarrow \infty} ((2 + \frac{2}{x})^x - \frac{x}{x+1}) = (2 + 0)^x - 1 = 2^x - 1 = 3$ ت) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 + 2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + 2x }{x} \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow +\infty : \frac{3x}{x} = 3 \\ x \rightarrow -\infty : \frac{-x}{x} = -1 \end{cases}$	۱۲

۱	<p>(الف) $x^2 - 4x + m = (x - 2)^2 \Rightarrow m = 4$</p> <p>(ب) $x^2 - 4x + m = (x - 1)Q(x) \xrightarrow{x=1} -3 + m = 0 \Rightarrow m = 3$</p>	۱۳
۱	<p>$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(x+2) - (x+1)(x^2 - ax)}{(x+1)(x+2)} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 - x^3 + ax^2 - x^2 + ax}{(x+1)(x+2)} = 2 \Rightarrow$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+1)x^2}{x^2} = 2 \Rightarrow a+1=2 \Rightarrow a=1$</p>	۱۴
۱	<p>$2x - x+1 = 0 \Rightarrow 2x = x+1 \xrightarrow{x>0} 2x = x+1 \Rightarrow x=1$ صورت را صفر نمی‌کند. پس $x=1$ مجانب قائم است.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + (x-1)}{2x - (x+1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - (x-1)}{2x + (x+1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x+1} = 0$</p> <p>پس $y=2$ و $y=0$ مجانب افقی هستند.</p>	۱۵
۲۰	جمع نمرات	

موفق باشید.