

در این نوشتار می خواهیم سوالی از سقوط آزاد را بررسی کنیم، توجه به نحوه تحلیل این سوال میتواند دید مناسبی به شما در حل سوالات این قسمت بدهد. سعی کرده ایم از راه های مختلف سوال را حل کنیم تا با شیوه های مختلف آشنا شوید.

سوال: یک بالون هوای گرم با شتاب 2.5 m/s^2 از سطح زمین شروع به صعود میکند، در ارتفاع 80 متری سطح زمین کیسه ای از آن رها می شود. اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، نحوه حرکت کیسه را از شروع حرکت تا بازگشت به زمین بررسی کنید. (یده اولیه سوال از کتاب مبانی فیزیک نوشته هالیدی و همکاران! گرفته شده است.)

$$(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ و جهت مثبت مختصات رو به بالاست})$$

۱- کیسه متصل به بالون از سطح زمین همراه بالون شروع به حرکت میکند و در هر لحظه سرعت و شتاب آن برابر سرعت و شتاب بالون است (تا زمان جدایی از بالون کیسه جزئی از بالون و دارای همان مشخصات بالون است).

در ارتفاع $h = 80 \text{ m}$ سطح زمین سرعت بالون (و کیسه) برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v_1^2 - v_0^2 = 2ah \Rightarrow v_1^2 = 2ah \Rightarrow v_1^2 = 2 \times 2.5 \times 80 = 400 \Rightarrow v_1 = 20 \text{ m/s}$$

در این لحظه کیسه از بالون رها می شود و دارای سرعتی برابر v_1 به سمت بالا و تحت تاثیر شتاب گرانش زمین (g) قرار میگیرد (چون تنها نیروی وارد بر آن همان نیروی وزن است)

۲- بعد از رهایی کیسه از بالون بر خلاف انتظار اکثر دانش آموزان (!) کیسه باز هم بالا می رود تا سرعتش به صفر برسد (ارتفاع اوج h_o) و این فاصله را در زمان اوج (t_o) می پیماید.

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow v_o = -gt_o + v_1 \Rightarrow 0 = -10t_o + 20 \Rightarrow t_o = 2 \text{ s}$$

البته میتوانستید این زمان را از فرمول مقابل که در واقع همان رابطه بالاست (!) بدست بیاورید:

$$t_o = \frac{v_0}{g} \Rightarrow t_o = \frac{v_1}{g} = \frac{20}{10} = 2 \text{ s}$$

می توان با تصاعد هم به جواب رسید!

و ارتفاع اوج:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v_o^2 - v_1^2 = -2gh_o \Rightarrow 0 - 400 = -2 \times 10 \times h_o \Rightarrow h_o = \frac{-400}{-20} = 20 \text{ m}$$

البته میتوانستید این ارتفاع را از فرمول پایین که در واقع همان رابطه بالاست (!) بدست بیاورید:

$$h_o = \left| \frac{v_0^2}{2g} \right| \Rightarrow h_o = \left| \frac{v_1^2}{2g} \right| = \left| \frac{400}{20} \right| = 20 \text{ m}$$

میشود با تصاعد هم به جواب رسید!

یعنی در ست پس از آنکه کیسه از بالون رها شد در مدت 2 ثانیه 20 متر بالا می رود و پس از رسیدن به ارتفاع اوج و صفر شدن سرعت دوباره به صورت تندشونده به سمت زمین روانه می شود.

شاید کمی درک این موضوع دشوار باشد و بگویید در حقیقت کیسه مستقیم پایین می رود و اگر کسی درون بالون باشد این بالا آمدن را عملاً نمی بیند. دقت کنید که در این فاصله ۲ ثانیه ای بالون هم حرکت میکند و با همان شتاب اولیه اش در این مدت جابه جا می شود:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 2.5 \times (2)^2 + 20 \times 2 = 45m$$

پس در این مدت بالون ۲۵ متر بیشتر از کیسه جابه جا می شود و اگر کسی داخل بالون باشد عملاً صعود کیسه را حس نمی کند!

۳- پس از رسیدن به ارتفاع اوج کیسه به سمت زمین پایین می آید دقت کنید که ارتفاع کیسه در نقطه اوج تا زمین ۱۰۰ متر است (۸۰+۲۰):

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \Rightarrow -100 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 + 0 \Rightarrow t = 2\sqrt{5}s$$

البته می شود سرعت را از ارتفاع ۸۰ متری هم محاسبه کرد (همین الان باید بدانید که زمانی که در زیر محاسبه می کنیم $(2\sqrt{5} - 2)s$ است!):

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \Rightarrow \Delta y = -\frac{1}{2}gt_1^2 - v_1t_1 \Rightarrow -80 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_1^2 - 20 \times t_1 \Rightarrow t_1 = (2\sqrt{5} - 2)s$$

مطمئناً حل معادله درجه دوم را بلدید! (از روش Δ یا Δ')

البته معادله فوق جواب دیگری هم دارد که منفی است و حتماً می دانید که زمان منفی نمیشود!

و تنها چیزی که باقی می ماند سرعت کیسه در هنگام برخورد به زمین است:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v_2^2 - v_0^2 = -2gh_0 = v_2^2 - 0 = -2 \times 10 \times (-100) = 2000 \Rightarrow v_2 = -20\sqrt{5} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow |v_2| = 20\sqrt{5} \text{ m/s}$$

یا

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = -2gh = v_2^2 - 400 = -2 \times 10 \times (-80) \Rightarrow v_2^2 = 1600 + 400 = 2000$$

$$\Rightarrow v_2 = -20\sqrt{5} \text{ m/s} \Rightarrow |v_2| = 20\sqrt{5} \text{ m/s}$$

یا

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow v_2 = -gt + v_0 \Rightarrow v_2 = -10 \times 2\sqrt{5} + 0 = -20\sqrt{5} \text{ m/s} \Rightarrow |v_2| = 20\sqrt{5} \text{ m/s}$$

یا

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow v_2 = -gt - v_1 \Rightarrow v_2 = -10 \times (2\sqrt{5} - 2) - 20 = -20\sqrt{5} + 20 - 20 = -20\sqrt{5} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow |v_2| = 20\sqrt{5} \text{ m/s}$$

توضیح مختصر روش تصاعد در حل سوالات سقوط آزاد

همانطور که می دانید سقوط آزاد نوعی حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت است. در تمام حرکت های با شتاب ثابت متحرک در بازه های زمانی متوالی به گونه ای جابه جا می شود که مقادیر جابجایی تشکیل یک تصاعد حسابی می دهند که قدر نسبت این تصاعد at^2 است که اگر بازه های زمانی ۱ ثانیه ای باشند میزان جابجایی به اندازه شتاب تغییر میکند. دقیقاً میزان تغییرات سرعت در یک ثانیه های متوالی برابر با شتاب است (توجه این قضیه با توجه به

مفهوم شتاب کاملاً قابل فهم است. اکنون نحوه استفاده از تصاعد را در سقوط آزاد در قالب جدولی ارائه میکنیم. (مطالب گفته شده در بالا به سادگی قابل اثبات است اما ارائه آن در این مقال نمیگنجد!) در بررسی جدول زیر داشتن نیم نگاهی به دو فرمول $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$ و $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ بسیار مفید است.

زمان	سقوط به پایین با v_0		پرتاب به بالا با v_0	
	جابجایی	سرعت	جابجایی	سرعت
ثانیه اول	$v_0 + \frac{g}{2}$	$v_0 + g$	$v_0 - \frac{g}{2}$	$v_0 - g$
ثانیه دوم	$v_0 + \frac{3g}{2}$	$v_0 + 2g$	$v_0 - \frac{3g}{2}$	$v_0 - 2g$
ثانیه سوم	$v_0 + \frac{5g}{2}$	$v_0 + 3g$	$v_0 - \frac{5g}{2}$	$v_0 - 3g$
ثانیه چهارم	$v_0 + \frac{7g}{2}$	$v_0 + 4g$	$v_0 - \frac{7g}{2}$	$v_0 - 4g$
ثانیه پنجم	$v_0 + \frac{9g}{2}$	$v_0 + 5g$	$v_0 - \frac{9g}{2}$	$v_0 - 5g$
ثانیه nام	$v_0 + \frac{(2n-1)g}{2}$	$v_0 + ng$	$v_0 - \frac{(2n-1)g}{2}$	$v_0 - ng$

مثلاً اگر سرعت اولیه 20 m/s باشد و ارتفاع 105 متر بالای سطح زمین باشد:

زمان	$v_0 = 20$ سقوط به پایین		$v_0 = 20$ پرتاب به بالا	
	جابجایی	سرعت	جابجایی	سرعت
۱	۲۵	۳۰	۱۵	۱۰
۲	۳۵	۴۰	۵	۰
۳	۴۵	۵۰	-۵	-۱۰

موفق و پیروز باشید. مبین عزیزی