(۱۲۶) $a_1 = 1$

$a_n = 2a_{n-1} + 1$

۱، ۳، ۷، ۱۵، ۳۱، ۶۴، ۱۲۷، ۲۵۵

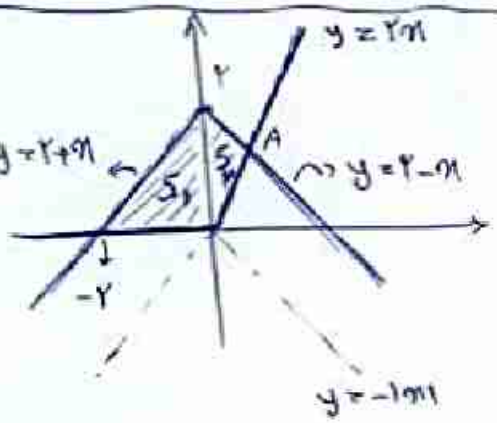
$a_8 = 255$

گزینه ۴

چون جمله هشتم را خواسته‌اند مقدور است با عددگذاری حل شود نه بررسی ریاضی

(۱۲۷) $y = x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

$y = 2 - |x|$



$S_1 = \frac{2 \times 2}{2} = 2$

$\begin{cases} y = 2 - x \\ y = 2x \end{cases} \rightarrow 2x = 2 - x \rightarrow x = \frac{2}{3}$ طول نقطه A

$S_2 = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{2} = \frac{2}{3}$

$S' = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

گزینه ۳

(۱۲۸) $\log_4 \frac{2x^2+1}{x+2} = 1 \rightarrow \frac{2x^2+1}{x+2} = 4 \rightarrow 2x^2 + 1 = 4x + 8$

$2x^2 - 4x - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$ غ ق ق

$\rightarrow \log_8^{2x-1} = \log_8^{5-1} = \log_8^4$

$= \log_{2^3}^{2^2} = \frac{2}{3}$

(۱۲۹) $AXB = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow |A||B| = 4$

$(AXB)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

گزینه ۱

(۱۳۰) زاویه بین برج‌ها با خط افق $= \alpha \Rightarrow \alpha + ۷۰ + ۷۵ + ۱۰۰ + ۳۵ = ۳۶۰$

$\alpha = ۸۰^\circ \longrightarrow$ نفر $۳۲ \longrightarrow ۸۰^\circ$ ، نفر $n \longrightarrow ۷۵^\circ$ $\Rightarrow n = \frac{۳۲ \times ۷۵}{۸۰} = ۳۰$

گزینه ۲

(۱۳۱) $n_i \longrightarrow \bar{x} = ۱۵$ ، $\frac{\delta}{\bar{x}} = ۰/۲ \Rightarrow \frac{\delta}{۱۵} = ۰/۲ \Rightarrow \delta = ۳$

$\Rightarrow \delta^۲ = ۹$ ، $\delta^۲ = \frac{\sum n_i^۲}{n} - \bar{x}^۲ \Rightarrow ۹ = \frac{\sum n_i^۲}{n} - ۲۲۵$

$\frac{\sum n_i^۲}{n} = ۲۳۴ \longrightarrow$ میانگین مربعات

گزینه ۳

(۱۳۲) $n(S) = \binom{۵}{۳} = ۱۰ \longrightarrow$

(۱۲۳)	(۲۳۴)
۱۲۴	۲۳۵
۱۲۵	۲۴۵
۱۳۴	(۳۴۵)
(۱۴۵)	
۱۴۵	

از ۱۰ حالت روبرو فقط ۴ حالت مجموع اعداد بر ۳ بخش‌پذیر است.

$\Rightarrow n(A) = ۴$

$P(A) = ۰/۴$

گزینه ۲

(۱۳۳) $\frac{|۲-۹n|}{|۱۲n-۳|} > ۱ \Rightarrow |۹n-۲| > |۱۲n-۳| \Rightarrow (۹n-۲)^۲ > (۱۲n-۳)^۲$

$(۹n-۲)^۲ - (۱۲n-۳)^۲ > ۰ \overset{\text{تجزیه}}{\Rightarrow} (۳n-۵)(-n+۱) > ۰$

$+ \quad ۰ \quad - \quad ۵/۳ \quad +$ ، $۱ < n < ۵/۳ - \{۳/۲\}$

ریشه مخرج که شامل نمی‌شود در گزینه‌ها وجود ندارد.

(۱۳۴) $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4}$

$-\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha$

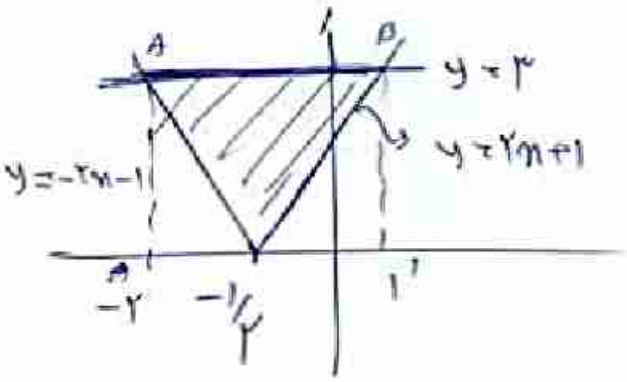
گزینه ۱ ✓

---

(۱۳۵) $f(x) = x^2 + x$ $\quad g(x) = \sqrt{4x+1}$

$gof = g(x^2+x) = \sqrt{4x^2+4x+1}$

$= \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1|$



$|2x+1| = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 2 \to x = 1 \\ 2x+1 = -2 \to x = -2 \end{cases}$

$S = \frac{2 \times 3}{2} = 3 = 6$

گزینه ۳ ✓

---

(۱۳۶) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{ax + |2x|}{2x} = \frac{(a+2)x}{2x} = \frac{a+2}{2} = 3$

$\Rightarrow a = 4 \to \lim_{x \to -1} \frac{2x + \sqrt{4x^2+5}}{2x+2} = \frac{3}{0} \overset{x \to -1}{=} \frac{4 + \frac{16}{2\sqrt{4x^2+5}}}{2}$

$= \frac{4 - \frac{1}{3}}{2} = \frac{12-1}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

گزینه ۲ ✓

(۱۳۷) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} = \frac{1-\frac{1}{2}x^2 - (1-\frac{\frac{1}{2}}{2}x^2)}{x^2}$

$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

$\Rightarrow a = -\frac{1}{4}$

نکته: $\cos^m u \sim 1 - \frac{m}{2}u^2$

گزینه ۱

---

(۱۳۸) $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-6}}\right)^3 \to y = \left(\frac{x+2}{2x-4}\right)^{\frac{3}{2}}$

$y' = \frac{3}{2}\left(\frac{x+2}{2x-4}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{-8}{(2x-4)^2}\right) \to f'(2) = \frac{3}{2} \times 2 \times (-7) = -21$

گزینه ۲

---

(۱۳۹) $A \to 0.9$, $B \to 0.8$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A)\cdot P(B)}_{\text{مستقل}}$

$= 0.9 + 0.8 - 0.9 \times 0.8 = 0.98$

گزینه ۴

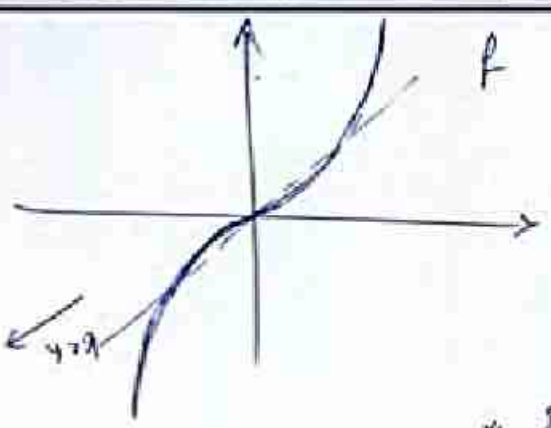
---

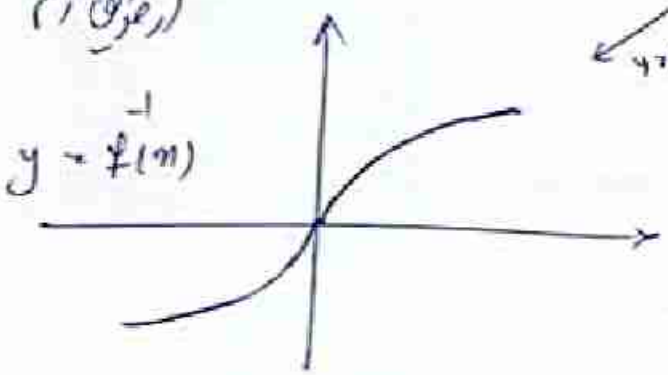
(۱۴۰) $\frac{\binom{6}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^2}{\binom{6}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^4} = \frac{\frac{3}{4}\binom{6}{4}}{\frac{1}{4}\binom{6}{4}} = 3 \times \frac{\frac{6!}{4!2!}}{\frac{6!}{2!4!}}$

$= 3 \times \frac{36}{48} = 3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

گزینه ۴

(۱۴۱) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$





گزینه ۴

---

(۱۴۲) $a, aq, aq^2, \dots$

$$a = \frac{1}{2}(aq + aq^2 + \dots) \Rightarrow a = \frac{1}{2} \times \frac{aq}{1-q}$$

$$\frac{q}{2-2q} = 1 \longrightarrow q = 2 - 2q \longrightarrow q = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳

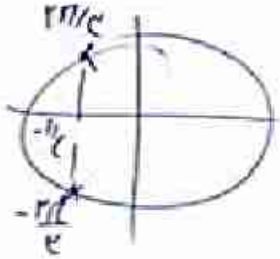
---

(۱۴۳) $2\sin^2 x + 2\cos x = 0 \longrightarrow 2(1-\cos^2 x) + 2\cos x = 0$

$$-2\cos^2 x + 2\cos x + 2 = 0 \longrightarrow \cos x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{-4} \rightsquigarrow -\frac{1}{2}$$

↳ غ ق ق ۲

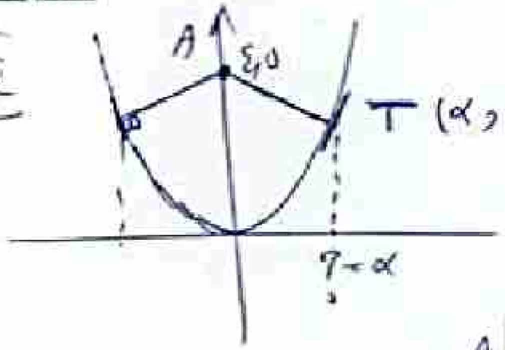
$$\cos x = -\frac{1}{2} \longrightarrow$$



$$\longrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۱

(۱۴۴)



$y = x^2 \rightarrow y' = 2x \rightarrow y'(\alpha) = 2\alpha$ شیب خط مماس

$y - \alpha^2 = \frac{-1}{2\alpha}(x - \alpha)$ ~ خط قائم در

$A\Big|_{4,5}^{0} \rightarrow 4,5 - \alpha^2 = \frac{-1}{2\alpha}(0 - \alpha) \rightarrow \alpha^2 = 4$

گزینه ۲

$\Rightarrow \alpha = \pm 2 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2}$

---

(۱۴۵) $x + \sqrt{xy} + y = 12$

$y = x \rightarrow m = 1 \rightarrow m' = -1 \rightarrow y' = -1 \rightarrow -\frac{f'_x}{f'_y} = -1 \rightarrow f'_x = f'_y$

$\rightarrow 1 + \frac{y}{2\sqrt{xy}} = 1 + \frac{x}{2\sqrt{xy}} \Rightarrow x = y \Rightarrow x + \sqrt{x^2} + x = 12$

$2x + |x| = 12 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow \boxed{x = 4}$ مختصات نقطه تماس

گزینه ۳

x و y باید مثبت باشند. $\Rightarrow$ $x + y + \frac{\sqrt{xy}}{4} = \frac{12}{4}$ زیرا اگر x و y هر دو منفی باشند در رابطه صدق نمی‌کند زیرا همواره

$|x+y| > \sqrt{xy}$

$x^2 + y^2 + 2xy > xy \sim x^2 + y^2 + xy > 0$ همواره برقرار است.

(۱۴۶) $y = \frac{1}{4}x^4 - x^2 - 15x \rightarrow y' = x^3 - 2x - 15 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -3 \end{cases}$ غ ق

$[-4, 4] \Rightarrow \begin{cases} f(-4) = \frac{-256}{4} - 16 + 60 = 76 \\ f(3) = 9 - 9 - 45 = -45 \rightarrow \min \\ f(-3) = -9 - 9 + 45 = 27 \rightarrow \max \end{cases}$ بازه

سه نرمینه ۲

---

(۱۴۷) $y = x^4 + ax^3 + bx \rightarrow$ عطف افقی A(۱, ۰) $\rightarrow \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) = 0 \end{cases}$

$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + b \rightarrow f'(1) = 0 \rightarrow b = 0$

$f'(x) = x(x^3 + ax^2 + b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases} \rightsquigarrow -64 + 16a = 0 \Rightarrow a = 4$

$y = x^4 + 4x^3 \rightsquigarrow y' = 4x^3 + 12x^2 = 4x^2(x+3)$

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
	↘	min	↗	↗

$\rightarrow f(-3) = 81 + 4(-27) = -27$

سه نرمینه ۳

حون $x = 0$ عطف افقی است پس باید داریم bx^3 باشد. $\Rightarrow b = 0$ $\rightsquigarrow$ روش دوم

$y = x^4 + ax^3 + bx \Rightarrow y = x^3(x + a)$ دارای ریشه ۰ و ۴- است $\Leftarrow a = 4$

$y = x^4 + 4x^3 \rightarrow$ بررسی جوابی

عمل نکنم.

(۱۴۸) $w\Big|_{-1}^{2}$ مرکز $x-y-1=0$ معادله مماس

$w=0$

شعاع = $R=\frac{|2+1-1|}{\sqrt{1+1}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$\Rightarrow (x-2)^2+(y+1)^2=2 \rightarrow y=0 \rightarrow (x-2)^2=1$

$\begin{cases} x-2=1 \\ x-2=-1 \end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} x=3 \\ x=1 \end{matrix}$

نزدیک ۱

---

(۱۴۹) $Kx^2-2y^2+4y=6 \Rightarrow Kx^2-2(y^2-2y)=6$

$Kx^2-2(y-1)^2=2 \rightarrow \frac{x^2}{K/K}-\frac{(y-1)^2}{1}=1$

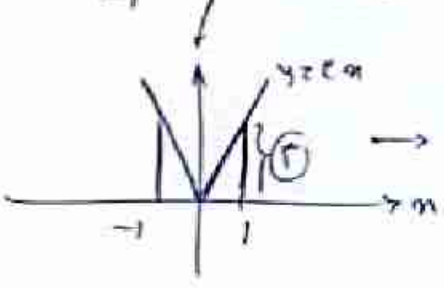
$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{1}{\frac{K}{2}}}=\sqrt{1+K/2}=\sqrt{3} \Rightarrow (K=6)$

نزدیک ۳

---

(۱۵۰) $\int_{-1}^{1}|2x|dx-\int_{-1}^{1}[x]dx=\sum 3-(-1)=4$

نزدیک ۴



$\rightarrow 3/4+3/4=3$

$\int_{-a}^{a}[\text{تابع فرد}]dx=-a$

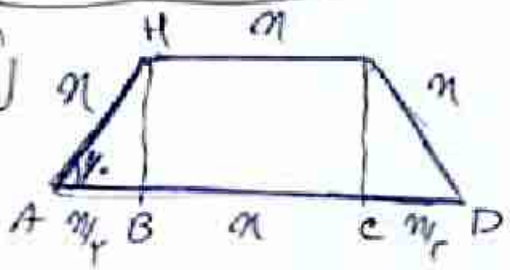
$\Rightarrow \int_{-1}^{1}[x]dx=-\frac{1}{2}$

(۱۵۱) $\int \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x^2}dx = \int(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}})dx = 2\sqrt{x}+2\frac{1}{\sqrt{x}}$

$= \frac{1}{\sqrt{x}}(2x+2)+c \Rightarrow h(x)=2x+2$ ✓ گزینه ۱

---

(۱۵۲)



$AB = x\cos 60° = \frac{x}{2}$

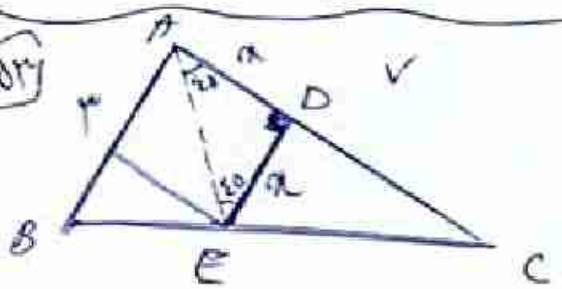
ذوزنقه $= 5x = 30 \rightarrow (x=6)$

$S = \frac{x+2x}{2} \times BH = \frac{3x}{2} \times x\sin 60°$

$S = \frac{3\times 6}{2}\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}$ ✓ گزینه ۲

---

(۱۵۳)



$\triangle CDE \sim \triangle ABC$

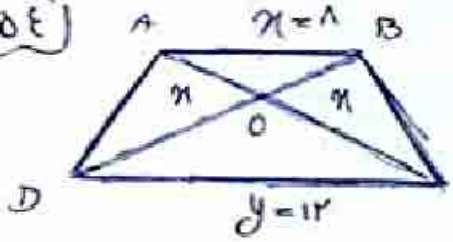
$\frac{x}{3} = \frac{7-x}{7}$

$7x = 21-3x \rightarrow x = 2/1$

$\Rightarrow AE = x\sqrt{2} = 2/1\sqrt{2}$

---

(۱۵۴)



$S_{OAD} = S_{OBC}$

$\frac{S_{OAB}}{S_{ODC}} = (\frac{8}{12})^2 = \frac{4}{9}$

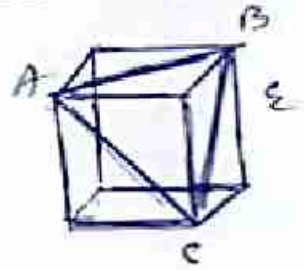
نکته:
$\begin{cases} \frac{S_{OAB}}{S_{ODC}} = (\frac{AB}{DC})^2 \\ S_{OAD}\times S_{ODC} = S_{OBC}^2 \end{cases}$

$\begin{matrix} S_{OAB}=4S \\ S_{ODC}=9S \end{matrix} \rightarrow 4S\times 9S = x^2 \rightarrow (x=6S)$

$S=4$, $(x=24)$

$\Rightarrow S' = 7S+7S+4S+9S = 28S = \frac{18+12}{2}\times 10 = 100$ ✓ گزینه ۳

۵۵.



$S_{ABC} = ?$ $AB = 4\sqrt{2}$ ← قطر وجه مکعب

$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{2})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 32$

$\Rightarrow S_{ABC} = 8\sqrt{3}$

نرمش ۴